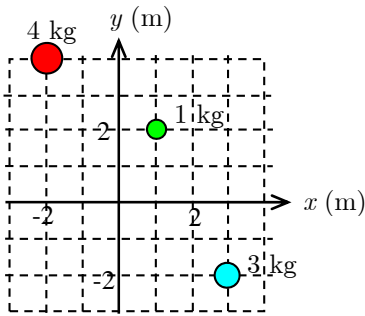


**Worksheet 9: เรื่อง ระบบอนุภาค**

**ข้อ 1 การหาจุดศูนย์กลางมวล (Center of Mass)**

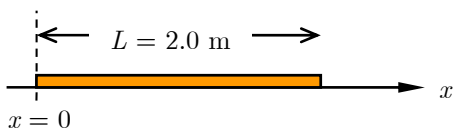
1.1 ระบบที่อนุภาคอยู่อย่างกระจัดกระจาย ไม่ต่อเนื่อง ใน 1 มิติ:  $x_{cm} =$

**ตัวอย่าง** (ใน 2 มิติ) ลูกเหล็กสามลูกวางอยู่ที่ตำแหน่งต่างๆ ดังรูป จงหาค่าตำแหน่ง  $x_{cm}$ ,  $y_{cm}$  และ  $\vec{r}_{cm}$  ของระบบนี้



1.2 ระบบที่อนุภาคมีการกระจายมวลอย่างต่อเนื่อง  $x_{cm} =$

**ตัวอย่าง** เส้นโลหะยาว 2.0 m มีมวลกระจายสม่ำเสมอ โดยมีมวลต่อหน่วยความยาว (ความหนาแน่นเชิงเส้น)  $\lambda = 3.0 \text{ kg/m}$  วางเส้นโลห่นี้ตามแนวแกน  $x$  โดยปลายข้างหนึ่งอยู่ที่  $x = 0$



(ก) จงหามวลทั้งหมดของเส้นโลหะ

(ข) จงหาค่าตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลของเส้นโลหะ

**ข้อ 2 กฎข้อที่สองของนิวตันกับระบบอนุภาค (สมมติมี 3 อนุภาค)**

เริ่มจาก  $\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}$  ถ้ามวลของระบบคงตัว  $\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}}{dt} =$  และ

$\vec{a}_{cm} =$

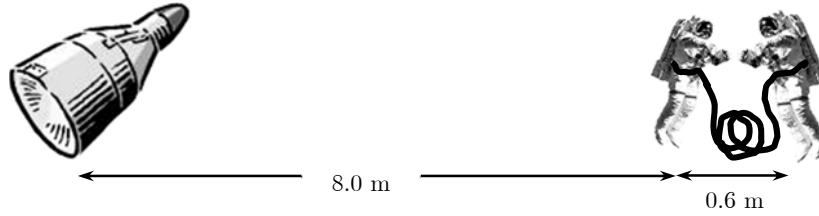
หรือ  $M\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_2\vec{a}_2$  หรือ

$$M\vec{a}_{cm} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i,ext}$$

นั่นคือ แรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำต่อระบบ ทำให้จุดศูนย์กลางมวล (ที่มีมวลคงตัว  $M$ ) เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $\vec{a}_{cm}$

ถ้าไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อระบบ ระบบจะเคลื่อนที่แบบที่ \_\_\_\_\_

**ตัวอย่าง** จากเรื่อง Gravity (2013) Sandra Bullock และ George Clooney โชคร้ายเกิดอุบัติเหตุหลุดออกจากยานไปลอยนึ่งอยู่ตั้งรูป Bullock มีมวล 40 kg Clooney มีมวล 80 kg ทั้งสองอยู่ห่างกัน 0.6 m พวกเขาใช้เชือกเบายาว 12.0 m ผูกเอวกันไว้ จากนั้นต่างก็ใช้มือผลักกัน ทำให้ทั้งสองเคลื่อนออกจากกัน โดย Bullock เคลื่อนเข้าใกล้ยานมากขึ้น (ข้อนี้ให้คิดว่าเป็นการเคลื่อนที่ใน 1 มิติ)

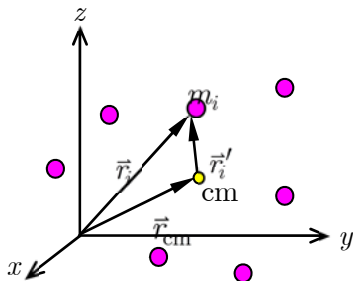


(ก) ตอนเริ่มต้นก่อนผลักกัน จุดศูนย์กลางมวลของระบบนักบินอวกาศทั้งสองอยู่ที่ใด วัดจากยาน

(ข) หลังจากผลักกันแล้วจนกระทั่งเชือกตึงพอดี จุดศูนย์กลางมวลของระบบนักบินอวกาศอยู่ที่ใด

(ค) สองคนนี้ไปถึงยานได้หรือไม่

**ข้อ 4 พลังงานของระบบอนุภาค**



จากรูป  $\vec{r}'_i =$    $\rightarrow \vec{v}'_i =$

(เครื่องหมาย prime คือวัดเทียบกับจุดศูนย์กลางมวล)

พลังงานจลน์ของระบบอนุภาค

$K_{\text{sys}} =$

ถ้าแทนค่าความเร็ว จะได้  $K_{\text{sys}} = \frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i'^2$  หรือ  $K_{\text{sys}} = K_{\text{cm}} + K_{\text{relative to cm}}$

**ตัวอย่าง**

A	→ 3 m/s	B	→ 6 m/s
2 kg		4 kg	

(ก)  $\vec{v}_{\text{cm}} =$    $v'_A =$    $v'_B =$

(ข)  $K_{\text{sys}} =$

(ค)  $K_{\text{cm}} =$   (ง)  $K_{\text{rel to cm}} =$   (ข)=(ค)+(ง) หรือไม่?