

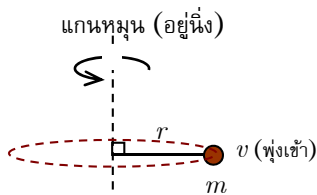
Worksheet 12: โมเมนตัมเชิงมุม

ข้อ 1 นิยามของโมเมนตัมเชิงมุมสำหรับอนุภาคเดี่ยว : $\vec{l} \equiv$ หรือ

เมื่อ \vec{r} คือตำแหน่งของอนุภาค วัดจากจุดอ้างอิง (เรากำหนดจุดอ้างอิงเอง มักกำหนดไว้บนแกนหมุน)

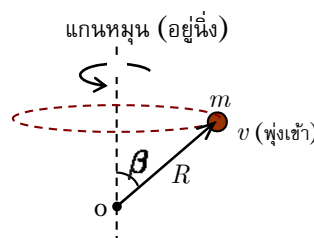
1.1 อนุภาคมวล m กำลังหมุนในแนวระดับเป็นวงกลมรัศมี r รอบแกนหนึ่ง ด้วยอัตราเร็ว v ดังรูป จงวาดลูกศรแสดงทิศของ \vec{l}

ขนาด $|\vec{l}| =$

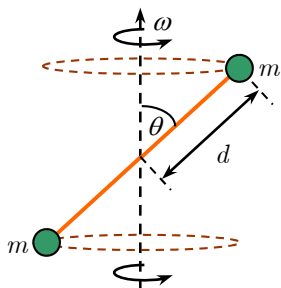


1.2 ถ้าเปลี่ยนจุดอ้างอิงในการวัดตำแหน่งอนุภาค มาเป็นจุด O ดังรูปข้างล่างนี้ จงวาดลูกศรแสดงทิศของ \vec{l}

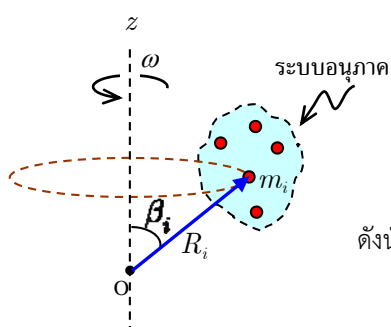
ขนาด $|\vec{l}| =$



ข้อ 2 วัตถุเล็ก ๆ มวล m เหมือนกันสองอัน ต่อกันอยู่ด้วยคานเบาที่ยาว $2d$ ระบบดังกล่าวหมุนรอบแกนในแนวตั้งที่ผ่านกึ่งกลางคานด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω ในลักษณะดังรูป จงหาโมเมนตัมเชิงมุมของระบบ โดยให้จุดอ้างอิงอยู่ตรงกลางคานระหว่างมวลทั้งสอง



ข้อ 3 โมเมนตัมเชิงมุมสำหรับระบบอนุภาค (วัตถุแข็งเกร็ง) ที่หมุนรอบแกนหนึ่ง



ขนาดโมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคที่ i $l_i =$

ขนาดโมเมนตัมเชิงมุมในทิศทางที่ขนานกับแกนหมุน (แนวตั้ง z) คือ $l_{iz} =$

ดังนั้นขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมรวมในทิศทางขนานกับแกนหมุน สำหรับทั้งระบบ คือ

$L_z =$

ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปของโมเมนต์ความเฉื่อย I ได้ว่า $L_z =$

ข้อ 4 กฎข้อที่สองของนิวตันในรูปของโมเมนตัมเชิงมุม

สำหรับอนุภาคเดี่ยว จาก $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า

กฎข้อที่สองของนิวตันในรูปของโมเมนตัมเชิงมุมคือ

ข้อ 5 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

สำหรับระบบ n อนุภาค กฎข้อที่สองของนิวตันในรูปของโมเมนตัมเชิงมุม เขียนได้เป็น

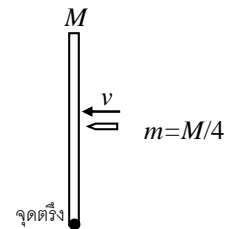
เมื่อ $\sum \vec{\tau}_{ext}$ คือ ผลรวมของทอร์กที่เกิดจากแรงภายนอกที่มากระทำต่อระบบ

ถ้า $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ แล้ว $\frac{d\vec{L}}{dt} =$ หรือ \vec{L} มีค่าคงตัว

นั่นคือ \rightarrow ถ้าไม่มีทอร์กลัพธ์มากระทำต่อระบบ ระบบจะเคลื่อนที่แบบที่โมเมนตัมเชิงมุมรวมของระบบมีค่าคงตัว (กฎการคงตัวของโมเมนตัมเชิงมุม)

ข้อ 6 โจทย์ตัวอย่าง: คานสม่ำเสมอ ยาว L มวล M วางอยู่บนพื้นระนาบลื่น ที่ปลายด้านหนึ่งของคานตรึงอยู่กับสลักลื่น ในตอนเริ่มต้นเมื่อคานอยู่นิ่ง มีลูกกระสุนซึ่งวิ่งขนานกับพื้นระนาบมาชนกับคานในแนวตั้งฉากด้วยอัตราเร็ว v โดยพุ่งเข้าชนและฝังอยู่ตรงจุดกึ่งกลางของคานพอดี กำหนดให้ มวลของลูกกระสุนปืน คือ $m = M/4$, โมเมนต์ความเฉื่อยของอนุภาคมวล m ที่วิ่งรอบแกนหมุนเป็นวงกลมรัศมี R คือ mR^2

(ก) ถ้าให้ระบบประกอบด้วยคานและลูกกระสุน จงหาขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมรวมของระบบเทียบกับจุดตรึง ขณะลูกกระสุนกำลังจะเข้าชนคานพอดี



(ข) จงหาอัตราเร็วเชิงมุมของระบบหลังจากที่กระสุนฝังเข้าไปในคานแล้ว