

**Worksheet 13: การเคลื่อนที่แบบมีคาบและการเคลื่อนที่แบบสั่น**

**การสั่นของมวลติดสปริง**

ถ้า  $x$  คือตำแหน่งของมวลติดสปริง ที่เวลาใดๆ  
แรงที่สปริงกระทำต่อมวล  $m$  ตามกฎของฮุค คือ

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน จะได้สมการการเคลื่อนที่  
ของมวล  $m$  เป็น

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$

เขียนสมการให้อยู่ในรูปของตำแหน่ง  $x$  ของมวล  
(จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสอง):

คำตอบของสมการของการเคลื่อนที่นี้คือ

$x(t) =$

ซึ่งจัดรูปใหม่ได้เป็น

$x(t) =$

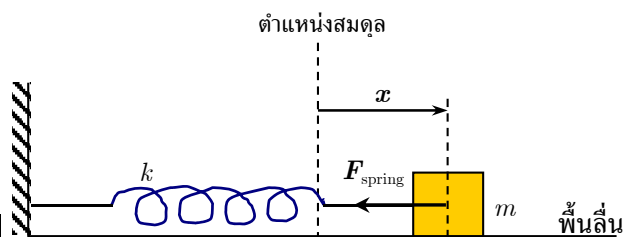
ซึ่งเป็นตำแหน่งของมวลที่เวลา  $t$  ใดๆ เมื่อ

คือแอมพลิจูดของการสั่น  
(ขนาดของการกระจัดที่โตที่สุด)

คือมุมเฟส หรือ เฟส

คือเฟสเริ่มต้น  
(เฟสที่เวลา  $t = 0$ )

คือความถี่เชิงมุม



ความเร็วของมวลที่เวลา  $t$  ใดๆ คือ

$v = \frac{dx}{dt} =$

**ตัวอย่าง** ถ้าตอนเริ่มต้น ( $t = 0$ ) มวล  $0.5 \text{ kg}$  ถูกดึง  
ออกห่างจากตำแหน่งสมดุลไปทางขวาเป็นระยะ  $0.10 \text{ m}$   
แล้วปล่อย กำหนดให้  $k = 20 \text{ N/m}$

$x(t = 0) = 0.10 \text{ m} =$  \_\_\_\_\_

$v(t = 0) =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

จะได้ว่า

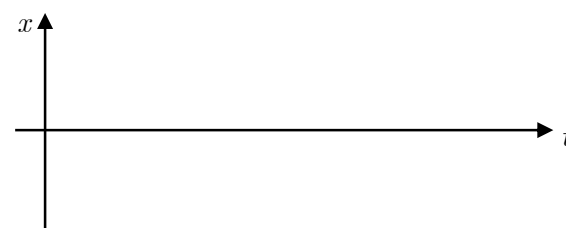
เฟสเริ่มต้น  $\phi =$  \_\_\_\_\_

แอมพลิจูด  $A =$  \_\_\_\_\_

สรุปว่า ที่เวลา  $t$  ใดๆ

$x(t) =$  \_\_\_\_\_

กราฟตำแหน่ง-เวลา สำหรับค่า  $A$  และ  $\phi$  ข้างต้น



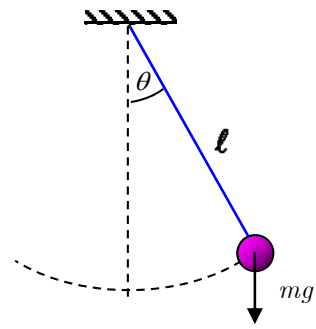
สำหรับสปริงที่มีค่าคงตัว  $k$  ผูกติดกับมวล  $m$  ใดๆ

คาบการสั่น  $T =$

ความถี่การสั่น  $f =$

**เพนดูลัมอย่างง่าย (Simple Pendulum)**

มวล  $m$  ผูกด้วยเชือกเบา ยาว  $l$  แล้วแกว่งในแนวตั้ง ดังรูป ถ้าที่เวลาใดๆ มวลมีตำแหน่งเชิงมุมเป็น  $\theta$  วัดเทียบกับแนวตั้ง (หรือแนวสมดุล) ทอร์กที่กระทำต่อมวล  $m$  คือ (ให้ทิศพุ่งออกจากกระดาษเป็นบวก)



$\vec{\tau} =$

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันในรูปของทอร์ก จะได้ สมการของการเคลื่อนที่ของมวล  $m$  เป็น

$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \Rightarrow$

เขียนสมการให้อยู่ในรูปของตำแหน่งเชิงมุม  $\theta$  ของมวล ในกรณีที่  $\theta$  มีค่าน้อยๆ (จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสอง):

คำตอบของสมการของการเคลื่อนที่นี้คือ

$\theta(t) =$

ซึ่งเป็นตำแหน่งเชิงมุมของมวลที่เวลา  $t$  ใดๆ เมื่อ

คือแอมพลิจูดของการแกว่ง (ขนาดของมุมที่โตที่สุด)

คือมุมเฟส หรือ เฟส

คือเฟสเริ่มต้น (เฟสที่เวลา  $t = 0$ )

ความเร็วเชิงมุมของมวลที่เวลา  $t$  ใดๆ คือ

$\omega = \frac{d\theta}{dt} =$

**ตัวอย่าง** ถ้าตอนเริ่มต้น ( $t = 0$ ) มวล  $m$  ถูกดึงออกห่างจากแนวสมดุลไปเป็นมุม  $0.17 \text{ rad}$  ไปทางขวา แล้วปล่อย กำหนดให้  $l = 0.98 \text{ m}$

$\theta(t = 0) = 0.17 \text{ rad} =$

$\omega(t = 0) =$

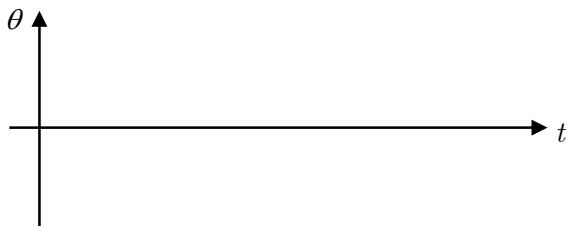
จะได้ว่า

เฟสเริ่มต้น  $\phi =$

แอมพลิจูด  $\Theta =$

สรุปว่า  $\theta(t) =$

กราฟตำแหน่งเชิงมุม-เวลา สำหรับ  $\Theta$  และ  $\phi$  ข้างต้น



สำหรับการแกว่งด้วยเชือกความยาว  $l$  ใดๆ

คาบการแกว่ง  $T =$

ความถี่การแกว่ง  $f =$

**การแกว่งของไม้เมตร (Physical Pendulum)**

ให้ลองวิเคราะห์การแกว่งของไม้เมตรในแนวตั้ง โดยเขียนสมการของการเคลื่อนที่ และออกแบบการทดลองเพื่อหาโมเมนต์ความเฉื่อยของไม้เมตรรอบแกนที่ผ่านปลายด้านหนึ่งและตั้งฉากกับไม้เมตร